2 2次関数

Basic

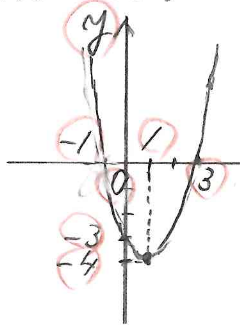
6 次の2次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=x^2-2x-3$

$y=x^2-2x-3$
$=(x-1)^2-1^2-3$
$=(x-1)^2-4$

軸は直線 $y=1$
頂点は点 $(1,-4)$

x軸との共有点の
x座標は
$x^2-2x-3=0$
とすると
$(x+1)(x-3)=0$
$x=-1,3$



・頂点
・x軸，y軸との
x 共有点
・原点O，x，y

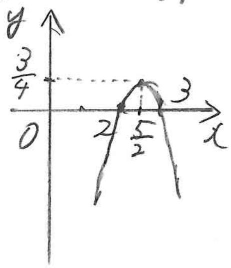
書いてください！

(2) $y=-3x^2+15x-18$

$y=-3x^2+15x-18$
$=-3(x^2-5x)-18$
$=-3\{(x-\frac{5}{2})^2-(\frac{5}{2})^2\}-18$
$=-3(x-\frac{5}{2})^2+\frac{75}{4}-18$
$=-3(x-\frac{5}{2})^2+\frac{3}{4}$

軸は直線 $x=\frac{5}{2}$，頂点は点 $(\frac{5}{2},\frac{3}{4})$

x軸との共有点の
x座標は
$-3x^2+15x-18=0$
$x^2-5x+6=0$
$(x-2)(x-3)=0$
$x=2,3$



7 (1) 2次関数 $y=2x^2-4x+3$ のグラフを，x 軸方向に -3，y 軸方向に2だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

$y=f(x)$を
x軸方向に p
y軸方向に q だけ平行移動
$\boxed{y-q=f(x-p)}$

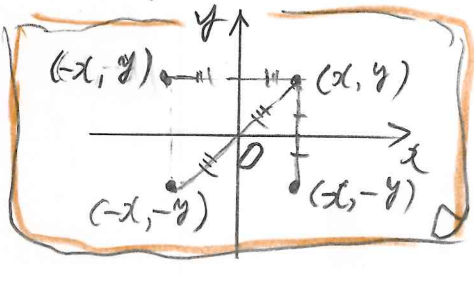
方程式のx，yをそれぞれ $x+3$，$y-2$に置き換えて
$y-2=2(x+3)^2-4(x+3)+3$
$y=2x^2+8x+11$

(2) 2次関数 $y=x^2+6x-5$ のグラフの，x 軸，y 軸，原点それぞれに関する対称移動後の放物線の方程式を求めよ。

(x軸)
方程式のyを$-y$に置き換えて
$-y=x^2+6x-5$
$\therefore y=-x^2-6x+5$

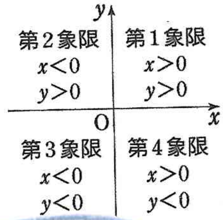
(y軸)
方程式のxを$-x$に置き換えて
$y=(-x)^2+6(-x)-5$
$\therefore y=x^2-6x-5$

(原点) 方程式のx，yをそれぞれ
$-x$，$-y$に置き換えて
$-y=(-x)^2+6(-x)-5$
$\therefore y=-x^2+6x+5$



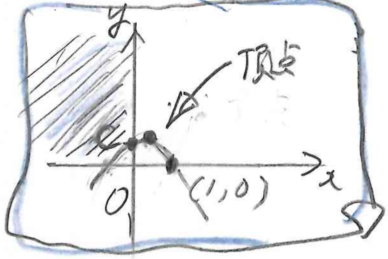
Let's think

6 座標平面はx軸，y軸によって4つの部分に分けられる。これらの各部分を「象限」といい，右の図のように，「第1象限」，「第2象限」，「第3象限」，「第4象限」という。ただし，座標軸上の点は，どの象限にも属さないものとする。



2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフの頂点は第1象限にあり，このグラフは点(1, 0)および，第2象限上の点を通るという。このとき，こんなイメージ

次の値が正か，0か，負かをそれぞれ答えよ。



(1) a, b, c

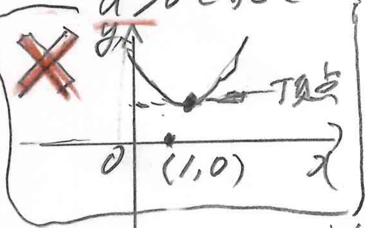
上に凸の放物線より $\underline{a<0}$

頂点のx座標 $-\frac{b}{2a}>0$

$a<0$ より $\underline{b>0}$

y軸と正の部分で交わるから $\underline{c>0}$

$a>0$ とすると



(2) b^2-4ac

$ax^2+bx+c=0$ の判別式 $D=b^2-4ac$

グラフはx軸と2点で交わるから $\underline{b^2-4ac>0}$

別 頂点のy座標 $-\frac{b^2-4ac}{4a}>0$ から導いてもよい

グラフは上に凸の放物線

頂点は $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

y軸との交点 $(0, c)$

(3) $a+b+c$

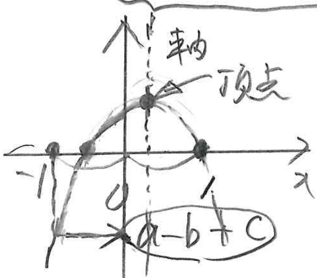
点(1, 0)を通るから

$0=a\cdot1^2+b\cdot1+c$

$\underline{a+b+c=0}$

(4) $a-b+c$

$y=ax^2+bx+c$ に $x=-1$ を代入すると $y=a-b+c$ が得られる



頂点が第1象限にあるから

$x=1$ と異なるx軸との交点の

x座標は $-1<x<0$ にある

したがって

$x=-1$ のときの

$y=\underline{a-b+c<0}$