

数学 I  
第1章 第1  
節  
式の計算



- 2020年 4月17日(金) 4限
- 1学年
- P12~p13 展開公式
- 式の展開の工夫

## C 展開の公式

代表的な式の展開の結果は、公式として利用できる。

これは中学校で出てきた公式です。大丈夫ですか？

### 展開の公式

1  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

3  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

○の部分は省力されてもいいですよ。

例

11

(1)  $(x+2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$

(2)  $(4x+3y)(4x-3y) = (4x)^2 - (3y)^2 = 16x^2 - 9y^2$

(3)  $(x+2)(x-5) = x^2 + \{2+(-5)\}x + 2 \cdot (-5)$   
 $= x^2 - 3x - 10$

終

## 展開の公式

これも中学校の内容の復習ですね。

$$4 \quad (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

例

12

$$(1) \quad (3x + 2)(4x + 1) = 3 \cdot 4x^2 + (3 \cdot 1 + 2 \cdot 4)x + 2 \cdot 1 = 12x^2 + 11x + 2$$

$$(2) \quad (2x - 5y)(3x + 4y) = 2 \cdot 3x^2 + \{2 \cdot 4 + (-5) \cdot 3\}xy + (-5) \cdot 4y^2 \\ = 6x^2 - 7xy - 20y^2$$

終

練習は後のページに  
載せておきます。

○ の部分は省力されてもいいですよ。

## D 式の展開の工夫

複雑な式を展開するとき、式の一部を1つのまとまりとみると、展開の公式を利用できることがある。

例題  $(a+b+c)^2$  を展開すると次のようになることを確かめよ。

1 
$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

解答

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= \{(a+b)+c\}^2 \\ &= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca\end{aligned}$$

←  $a+b=A$  と  
おくと  $(A+c)^2$   
の展開になる。

ここでは、式の一部をまとめて展開するようにしていますが、公式として覚えてください。

すなわち

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

たとえば



$$\begin{aligned}(3x-2y+z)^2 \\ &= (3x)^2 + (-2y)^2 + z^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-2y) + 2 \cdot (-2y) \cdot z + 2 \cdot z \cdot (3x) \\ &= 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12xy - 4yz + 6zx\end{aligned}$$

計算を工夫してみよう。同じものをまとめたり、計算する順番を考えよう。

例題

次の式を展開せよ。

2

$$(1) (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

同じものをまとめる

$$\begin{aligned}(1) & (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \\ &= \{(x^2 + 1) + x\} \{(x^2 + 1) - x\} \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= x^4 + x^2 + 1\end{aligned}$$

←  $x^2 + 1 = A$  と  
おくと  
 $(A + x)(A - x)$   
の展開になる。

例題

2

$$(2) \quad (a+b)^2(a-b)^2$$

計算の順番を考えて

2乗の計算は後

$$\begin{aligned}(2) \quad (a+b)^2(a-b)^2 &= \{(a+b)(a-b)\}^2 \\ &= (a^2-b^2)^2 \\ &= a^4-2a^2b^2+b^4\end{aligned}$$

← 掛ける順序を変えれば、展開の公式**2**が使える。

ここら辺でちょっと難しくなりましたね。  
いっぱい計算練習をしていきましょう。  
わかっていることでも、計算ミスをする人が多いですよ。

今日はここまでです。

# 練習の解答

高等学校では、やり方を大切にします。  
途中計算をしっかりと書いていきましょう。

練習  
12

次の式を展開せよ。

(1)  $(2x+5)^2$

(2)  $(2x-3y)^2$

(3)  $(5x+4y)(5x-4y)$

(4)  $(x+1)(x+5)$

(5)  $(x-3)(x+8)$

(6)  $(x-y)(x-4y)$

[練習 1 2]

$$\begin{aligned}(1) \quad (2x+5)^2 &= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 \\ &= 4x^2 + 20x + 25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (2x-3y)^2 &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad (5x+4y)(5x-4y) &= (5x)^2 - (4y)^2 \\ &= 25x^2 - 16y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad (x+1)(x+5) &= x^2 + (1+5)x + 1 \cdot 5 \\ &= x^2 + 6x + 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad (x-3)(x+8) &= x^2 + (-3+8)x + (-3) \cdot 8 \\ &= x^2 + 5x - 24\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad (x-y)(x-4y) &= x^2 + (-y-4y)x + (-y) \cdot (-4y) \\ &= x^2 - 5xy + 4y^2\end{aligned}$$

練習  
13

次の式を展開せよ。

- (1)  $(2x+1)(4x+5)$     (2)  $(x+4)(2x-3)$     (3)  $(3x-7)(x+2)$   
(4)  $(2x-5)(2x-1)$     (5)  $(x+3y)(2x-y)$     (6)  $(3x-2a)(4x-3a)$

[練習 13]

$$(1) \quad (2x+1)(4x+5) = 2 \cdot 4x^2 + (2 \cdot 5 + 1 \cdot 4)x + 1 \cdot 5 \\ = 8x^2 + 14x + 5$$

$$(2) \quad (x+4)(2x-3) = 1 \cdot 2x^2 + \{1 \cdot (-3) + 4 \cdot 2\}x + 4 \cdot (-3) \\ = 2x^2 + 5x - 12$$

$$(3) \quad (3x-7)(x+2) = 3 \cdot 1x^2 + \{3 \cdot 2 + (-7) \cdot 1\}x + (-7) \cdot 2 \\ = 3x^2 - x - 14$$

$$(4) \quad (2x-5)(2x-1) \\ = 2 \cdot 2x^2 + \{2 \cdot (-1) + (-5) \cdot 2\}x + (-5) \cdot (-1) \\ = 4x^2 - 12x + 5$$

$$(5) \quad (x+3y)(2x-y) \\ = 1 \cdot 2x^2 + \{1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2\}xy + 3 \cdot (-1)y^2 \\ = 2x^2 + 5xy - 3y^2$$

$$(6) \quad (3x-2a)(4x-3a) \\ = 3 \cdot 4x^2 + \{3 \cdot (-3) + (-2) \cdot 4\}ax + (-2) \cdot (-3)a^2 \\ = 12x^2 - 17ax + 6a^2$$

練習  
14

次の式を展開せよ。

(1)  $(a + b - c)^2$

(2)  $(x + 2y + 3z)^2$

[練習 14]

$$\begin{aligned} (1) \quad (a + b - c)^2 &= \{(a + b) - c\}^2 \\ &= (a + b)^2 - 2(a + b)c + c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (x + 2y + 3z)^2 &= \{(x + 2y) + 3z\}^2 \\ &= (x + 2y)^2 + 2(x + 2y) \cdot 3z + (3z)^2 \\ &= x^2 + 4xy + 4y^2 + 6xz + 12yz + 9z^2 \\ &= x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6zx \end{aligned}$$

計算が速くなると省略することがあります。

別解)

$$\begin{aligned} (1) \quad (a + b - c)^2 &= a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2 \cdot ab + 2b \cdot (-c) + 2 \cdot (-c)a \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca \end{aligned}$$

計算が速くなると省略することがあります。

$$\begin{aligned} (2) \quad (x + 2y + 3z)^2 &= x^2 + (2y)^2 + (3z)^2 + 2x \cdot 2y + 2 \cdot 2y \cdot 3z + 2 \cdot 3z \cdot x \\ &= x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6zx \end{aligned}$$

練習  
15

次の式を展開せよ。

(1)  $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 3x + 2)$

(2)  $(x - y - z)(x - y + z)$

(3)  $(x + 1)^2(x - 1)^2$

(4)  $(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$

[練習 15]

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x^2 + 3x + 2)(x^2 - 3x + 2) \\ &= \{(x^2 + 2) + 3x\}\{(x^2 + 2) - 3x\} \\ &= (x^2 + 2)^2 - (3x)^2 \\ &= x^4 + 4x^2 + 4 - 9x^2 \\ &= x^4 - 5x^2 + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (x - y - z)(x - y + z) = \{(x - y) - z\}\{(x - y) + z\} \\ &= (x - y)^2 - z^2 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 - z^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & (x + 1)^2(x - 1)^2 = \{(x + 1)(x - 1)\}^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 \\ &= x^4 - 2x^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^2)^2 - 1^2 \\ &= x^4 - 1 \end{aligned}$$

4STEP 数学 I +A問題集の問題をノートにやってみましょう。

この時間では、難しいと思いますので、別の学習時間でやってみましょう。  
答えは、問題集の「解答編」を利用してください。答だけは、問題集の最後についています。

2020年4月17日(金)4限 1年 数学 I

教科書p12～p13 4STEP A問題

[改訂版4STEP数学 I 問題10]

適当な公式を用いて、次の式を展開せよ。

(1)  $(3x + 5)^2$

(2)  $(2p - 5)^2$

(3)  $(4a - 3b)^2$

(4)  $(-x^2 - x)^2$

(5)  $\left(3a - \frac{1}{2}b\right)^2$

(6)  $(3x + 5)(3x - 5)$

(7)  $(2a - 7b)(2a + 7b)$

(8)  $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

(9)  $(-ab + c)(-ab - c)$

[改訂版4STEP数学 I 問題11]

適当な公式を用いて、次の式を展開せよ。

(1)  $(x+2)(x+4)$

(2)  $(x-3y)(x-4y)$

(3)  $(a+b)(a-3b)$

(4)  $(a^2-3)(a^2+7)$

(5)  $(ab+3)(ab-4)$

(6)  $(4x+3)(3x+1)$

(7)  $(3x-2y)(2x-3y)$

(8)  $(x+4y)(2x-3y)$

(9)  $(4a-3b)(5a+4b)$

[改訂版4STEP数学 I 問題12]

次の式を展開せよ。

(1)  $(3x-5y)(5y+3x)$

(2)  $(-2x+3y)^2$

(3)  $(x+3)(x+4)$

(4)  $(x-4y)(x-2y)$

(5)  $(2x+3a)(x-4a)$

[改訂版4STEP数学 I 問題13]

次の式を展開せよ。

(1)  $(a - b + c)^2$

(2)  $(2x - y - 2z)^2$

[改訂版4STEP数学 I 問題14]

次の式を展開せよ。

(1)  $(2a + b)^2(2a - b)^2$

(2)  $(3x - 2y)^2(3x + 2y)^2$

(3)  $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

(4)  $(a^2 - a + 1)(a^2 - a - 1)$

(5)  $(x + y - 3z)(x - y + 3z)$

(6)  $(a^2 - ab + 2b^2)(a^2 + ab + 2b^2)$

(7)  $(2a - 5b - 3)(2a - 5b + 2)$

(8)  $(3x + 3y - z)(x + y + z)$