

# Let's think

1 因数分解を利用して、次のことが成り立つことを確かめよ。なお、平方数とは、自然数の2乗で表される数である。

連続する4つの自然数の積に1を加えた数は、平方数である。

連続する4つの自然数を  $n, n+1, n+2, n+3$  とおくと

$$\begin{aligned} n(n+1)(n+2)(n+3)+1 &= n(n+3) \times (n+1)(n+2)+1 \\ &= (n^2+3n)(n^2+2n+2)+1 \\ &= (n^2+3n)^2+2(n^2+3n)+1 \\ &= (n^2+3n+1)^2 \end{aligned}$$

$n^2+3n+1$  は自然数だから、連続する4つの自然数の積に1を加えた数は、平方数である。

2 次の単語群に挙げる単語を使って、 $p$  は  $q$  であるための十分条件であるが、必要条件ではないような命題を「 $p$ ならば $q$ である」という形で5つ以上かけ。単語は同じものを何度使ってもよく、一度も使わないものがあるてもよい。ただし、条件  $p, q$  の中には単語群の単語をそれぞれ1つ以上使うものとする。

【単語群】

奇数 偶数 合同 実数 正三角形 整数 正方形 相似 素数  
台形 長方形 直角三角形 直角二等辺三角形 二等辺三角形  
倍数 ひし形 平行四辺形 無理数 有理数

(解答例)

- 2つの三角形が合同ならば、これらの2三角形は相似である。
- 四角形が長方形ならば、その長方形は平行四辺形である。
- 四角形が正方形ならば、その四角形はひし形である。
- 三角形が正三角形ならば、その三角形は二等辺三角形である。
- 奇数ならば、その数は整数である。
- 有理数ならば、その数は実数である。
- $n$  が3以上の素数ならば、 $n$  は奇数である。

ある日、太郎さんと花子さんのクラスでは、数学の授業で次のような宿題が出された。

宿題： $\frac{1}{\sqrt{17}-4}$  の整数部分と小数部分を求めよ。

放課後、太郎さんと花子さんは出された宿題について会話をした。2人の会話を読んで、次の問いに答えよ。

$\sqrt{2} = 1.4142\dots$  整数部分は 1

太郎：まず、簡単な例として  $\sqrt{2}$  の整数部分と小数部分を考えてみようよ。

花子： $\sqrt{2}$  は「ひと夜ひと夜に人見ごろ」の語呂合わせで、1.41421356 と覚えたいね。

だから、整数部分は 1、小数部分は 0.41421356 になるのかな。

太郎：でも、 $\sqrt{2}$  は 1 で循環しない無限小数だから、小数部分は 無理数 0.41421356…… と不規則にずっと続くよね。

花子：整数部分と小数部分を分けると、 $\sqrt{2} = 1 + 0.41421356\dots$  と書けるから、この小数部分は  $\sqrt{2} - 1$  という式でも表されるね。

太郎：なるほど。 $\sqrt{2} - 1$  なら答として問題なさそうだね。じゃあ、宿題を解いてみようか。宿題の式は、まず、分母を有理化した方がよさそうだね。

花子：分母を有理化すると  $\sqrt{17} + 4$  になるね。

太郎： $\sqrt{2}$  の値は覚えていたけど、 $\sqrt{17}$  の値はわからないな。

花子： $\sqrt{17}$  がどの整数の間にあるかを調べる必要があるね。

太郎： $16 < 17 < 25$  だから、 $4 < \sqrt{17} < 5$  になるね。→  $\sqrt{17} = 4.\dots$

太郎：なるほど。これを使えば、 $\sqrt{17} + 4$  の整数部分は 8、小数部分は  $\sqrt{17} - 4$  だとわかるね。

(1)  $\frac{1}{\sqrt{17}-4}$ 、 $\frac{1}{\sqrt{17}-4}$  に当てはまる数を答え、1 に当てはまるものとして最も適当なものを、次の ①～④ から 1 つ選べ。ただし、 $\frac{1}{\sqrt{17}-4}$  と  $\frac{1}{\sqrt{17}-4}$  には連続する 2 つの整数が入る。

- ① 実数
- ② 有理数
- ③ 無理数

$$\frac{1}{\sqrt{17}-4} = \frac{\sqrt{17}+4}{(\sqrt{17}-4)(\sqrt{17}+4)} = \frac{\sqrt{17}+4}{17-16} = \sqrt{17}+4$$

$\sqrt{17}$  の整数部分は 4、小数部分は  $\sqrt{17}-4$   
 $\sqrt{17}+4$  の 整数部分は 8、小数部分は  $\sqrt{17}-4$

(2) 実数  $p$  に対して、その整数部分を  $a$ 、小数部分を  $b$  とする。次の ①～④ から正しいものをすべて選べ。

- ①  $a < p < a+1$
- ②  $p = a+b$
- ③  $a \leq p < a+1$
- ④  $b = p-a$

$p = b+a$ 、 $b = p-a$ 、 $0 \leq b < 1 \Rightarrow a \leq a+b < a+1$   
 $\therefore a \leq p < a+1$

- ① と ③