

問題

13 次のア~キに適する数字(0~9)を答えよ。

次の不等式を満たす  $x$  の値の範囲を求めよう。

$$2(\log_2 x)^2 + \log_2 x^3 \leq 2 \dots\dots ①$$

真数の条件により  $x > \text{ア}$  である。

$\log_2 x = t$  とおくと、不等式①は  $2t^2 + \text{イ}t - \text{ウ} \leq 0$  と変形で

きる。これを解くと  $-\text{エ} \leq t \leq \text{オ}$  である。

よって、①を満たす  $x$  の値の範囲は  $\frac{1}{\text{カ}} \leq x \leq \sqrt{\text{キ}}$  である。

真数条件より  $x > 0$

$\log_2 x = t$  とおくと ①は  $2t^2 + 3t - 2 \leq 0$

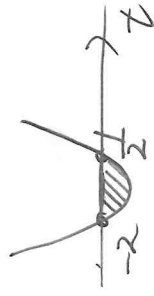
$$(t+2)(2t-1) \leq 0$$

$$-2 \leq t \leq \frac{1}{2}$$

$$-2 \leq \log_2 x \leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2^{-2} \leq x \leq 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4} \leq x \leq \sqrt{2}$$



章末問題 A

5 次の方程式、不等式を解け。

(1)  $\log_{0.5}(x+1)(x+2) = -1$

真数正より  $(x+1)(x+2) > 0$

$$x < -2, -1 < x \dots\dots ①$$

与式より

$$(x+1)(x+2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 2$$

$$x(x+3) = 0$$

(1)  $x \neq 0, x = -3$

これは①を満たす

(答)  $x = 0, -3$

(3)  $2\log_{0.5}(3-x) \geq \log_{0.5} 4x$

真数正より

$$3-x > 0, 4x > 0$$

$$0 < x < 3 \dots\dots ①$$

(不等式より)

$$\log_{0.5}(3-x)^2 \geq \log_{0.5} 4x$$

底0.5は1より小さいから

$$(3-x)^2 \leq 4x$$

$$x^2 - 10x + 9 \leq 0$$

$$(x-1)(x-9) \leq 0$$

$$1 \leq x \leq 9 \dots\dots ②$$

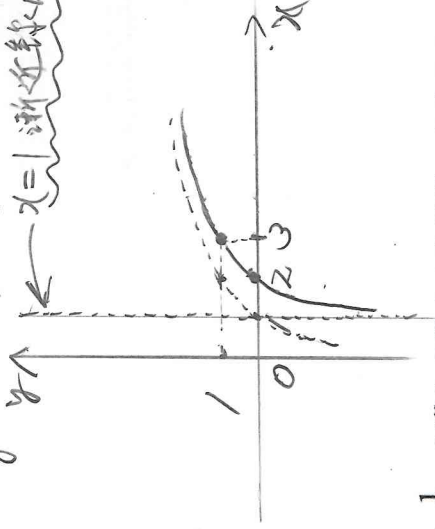
①, ②より



## 問題

9 関数  $y = \log_2(x-1)$  のグラフをかけ。 ▶ p.164, 165

$y = \log_2 x$  のグラフを2単位右に平行移動したのが  
 $x=1$  漸近線になることに注意。



11  $(\frac{1}{2})^n < \frac{1}{10^4}$  を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。ただし、

$\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。

▶ p.170 応用例題 5

$$\log_{10} \left(\frac{1}{2}\right)^n < -4$$

$$-n \log_{10} 2 < -4$$

$$n > \frac{4}{\log_{10} 2} = \frac{4}{0.3010} = 13.28 \dots$$

最小の自然数  $n$  は  $n=14$

12  $(\frac{1}{5})^{10}$  を小数で表したとき、小数第何位に初めて0でない数字が現れるか。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。

▶ p.171 例題 8

$$\log_{10} \left(\frac{1}{5}\right)^{10} = 10 \log_{10} \frac{2}{10}$$

$$\approx 10 (\log_{10} 2 - 1)$$

$$\approx 10 \times (0.3010 - 1) = -6.99$$

$$-7 < \log_{10} \left(\frac{1}{5}\right)^{10} < -6$$

$$10^{-7} < \left(\frac{1}{5}\right)^{10} < 10^{-6}$$

初めて0でない数字が現れるのは、小数第7位

章末問題 A

5 次の方程式, 不等式を解け。

(2)  $\log_3(x-2) + \log_3(2x-7) = 2$

真数正より  $x-2 > 0$  より  $2x-7 > 0$   
 $x > \frac{7}{2} \dots \textcircled{1}$

方程式より  $\log_3(x-2)(2x-7) = 2$   
 $(x-2)(2x-7) = 3^2$   
 $2x^2 - 11x + 5 = 0$   
 $(2x-1)(x-5) = 0$

①より  $x = 5$

(4)  $\log_3 x + \log_3(x-2) \geq 1$

真数正より  $x > 0$  より  $x-2 > 0$   
 $x > 2 \dots \textcircled{1}$

方程式より

$\log_3 x(x-2) \geq 1$

$x(x-2) \geq 3$

$x^2 - 2x - 3 \geq 0$

$(x+1)(x-3) \geq 0$

①より  $x+1 > 0$  より  $x-3 \geq 0$

$x \geq 3$

6  $6^{20}$ は何桁の数か。ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

$\log_{10} 6^{20} = 20 \log_{10}(2 \times 3)$

$= 20(\log_{10} 2 + \log_{10} 3)$

$= 20 \times (0.3010 + 0.4771) = 15.562$   
 $15 < \log_{10} 6^{20} < 16$  より  $10^{15} < 6^{20} < 10^{16}$

16桁

7  $0.4^n$ が, 小数第3位に初めて0でない数字が現れる小数となるような自然数nをすべて求めよ。ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

然数nをすべて求めよ。ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

$10^{-3} \leq 0.4^n < 10^{-2}$   
 $-3 \leq n \log_{10} 0.4 < -2$

$\therefore n \log_{10} 0.4 = \log_{10} \frac{4}{10} = 2 \log_{10} 2 - 1 = -0.3980$

$7.5 = \frac{3}{0.3980} \geq n > \frac{2}{0.3980} = 5.0 \dots$

これを満たす自然数nは  $n=6, 7$

8 ある菌は, 30分ごとにその個数が2倍に増えるという。菌の個数がある

時点の10万倍を超えるのは, その時点から何時間後か。ただし,

$\log_{10} 2 = 0.3010$ とし, 答えは整数で求めよ。

2時間後に10万倍を超えたとする

$2^{2n} > 10^5$

両辺の常用対数をとると

$2n \log_{10} 2 > 5$

$n > \frac{5}{2 \log_{10} 2} = \frac{5}{0.6020} = 8.3 \dots$

これを満たす最小の整数nは  $n=9$  9時間後