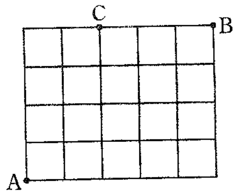
19 右の図のような道のある町で，AからBまで最短で行く経路について，Cを通る確率を考える。各交差点で右に進む確率と上に進む確率がともに $\frac{1}{2}$ であるとし，右に進めない交差点では確率1で上に進み，上に進めない交差点では確率1で右に進むとする。



(1) AからBへの最短経路の数を N，そのうちCを通るものの数を n とする。このとき，AからBに最短で向かう際にCを通る確率は $\frac{n}{N}$ ではない。この理由を説明せよ。

AからCへ経由してBへ向かう最短経路の全てが同様に確からしくないから

その例)

i) ↑↑↑↑→→→→→ と進む場合の確率（A，C，B）

$\left(\frac{1}{2}\right)^4\times1^5=\frac{1}{16}$

ii) →→↑↑↑↑→→→ と進む場合の確率（A，C，B）

$\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times1^3=\frac{1}{64}$

※必ず具体例を示すこと!

参考

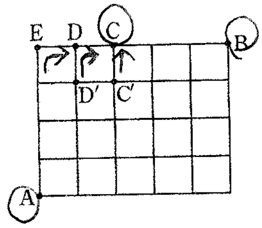
○AからBに向かう最短経路は

${}_{5+4}C_4={}_9C_4=\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=126$通り

○A〜C〜Bの最短経路は

${}_{4+2}C_2\times1={}_6C_2=\frac{6\cdot5}{2\cdot1}=15$通り

(2) 右の図を参考にして，AからBに最短で向かう際にCを通る確率を求めよ。



i) A→E→C→B を通る場合

$\left(\frac{1}{2}\right)^4\times1^2\times1^3=\frac{1}{16}$

ii) A→D′→D→C→B を通る場合

${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{1}{2}\times1^3=4\times\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{8}$

iii) A→C′→C→B を通る場合

${}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{2}\times1^3=10\times\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{5}{32}$

i, ii, iiiより求める確率は

$\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{5}{32}=\frac{11}{32}$

20 ある集団Xについて，「病気Dに感染しているかしていないか」，「病気Dに関する検査Aの結果が陽性か陰性か」をまとめた結果，右の表のようになった。この表の割合を確率とみなすとき，次の問いに答えよ。

	陽性	陰性
感染している	320 人	80 人
感染していない	3840 人	5760 人

(1) 病気Dに感染している人が陽性となる確率を「感度」，感染していない人が陰性となる確率を「特異度」という。検査Aの感度と特異度を求めよ。

検査Aの感度は $\dfrac{320}{320+80}=\dfrac{320}{400}=\dfrac{4}{5}$

検査Aの特異度は $\dfrac{5760}{3840+5760}=\dfrac{5760}{9600}=\dfrac{3}{5}$

(2) 集団XのPさんが改めて検査Aを受けたところ，結果が陽性であった。Pさんが実際に病気Dに感染している確率（陽性的中度）を求めよ。

Pさんが検査Aの結果が陽性であるという条件のもとで，
病気Dに感染している確率は

$$\frac{320}{320+3840}=\frac{320}{4160}=\frac{1}{13}$$

(3) 陽性的中度は，集団の有病率（ある集団の中で病気に感染している人の割合）によって変化する。病気Dの有病率が10％である集団YのQさんが検査Aを受けた結果，陽性であった。陽性的中度を求めよ。

集団Yについて，「病気Dに感染しているかしていないか」，
「検査Aの結果が陽性か陰性か」の表（確率）にすると

	陽性	陰性
感染している $\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}\times\frac{4}{5}$	$\frac{1}{10}\times\frac{1}{5}$
感染していない $\frac{9}{10}$	$\frac{9}{10}\times\frac{2}{5}$	$\frac{9}{10}\times\frac{3}{5}$

Qさんが検査Aの結果が陽性であるという条件のもとで
病気Dに感染している確率は

$$\frac{\frac{1}{10}\times\frac{4}{5}}{\frac{1}{10}\times\frac{4}{5}+\frac{9}{10}\times\frac{2}{5}}=\frac{4}{4+18}=\frac{4}{22}=\frac{2}{11}$$