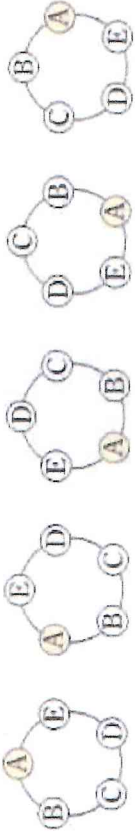


C 円順列

いくつかのものを円形に並べる順列を **円順列** という。

A, B, C, D, E の 5 人が輪の形に並ぶことを考えよう。

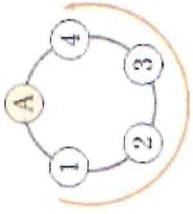
- ① まず, 5 人が 1 列に並ぶ。
- ② ①の両端をつなげて輪の形にし, 回転すると同じになる並び方は同じとみなす。



$$\frac{{}_5P_5}{5} = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

(別の考え方)

たとえば, A を基準にして, A 以外の人を反時計回りの順に並べると考える。



$$(5-1)! = 4! = 24$$

円順列の総数

異なる n 個のもの円順列の総数は $\frac{{}_n P_n}{n} = (n-1)!$

例

6

7 人が輪の形に並ぶとき, 並び方の総数を求める。

$$(7-1)! = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \text{ (通り)}$$

終

練習 19

色の異なる 6 個の玉を円形に並べて置くと, 並び方の総数を求めよ。

$$(6-1)! = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ (通り)}$$

応用 例題 6

男子 4 人と女子 4 人が輪の形に並ぶとき, 男女が交互に並ぶような並び方は何通りあるか。

男4人の円順列の総数は $(4-1)!$ (通り)
 女子の16人が円に女子4人が並び残りの4人が並ぶのは $4!$ (通り)
 7人 $(4-1)! \times 4! = 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 144$ (通り)

練習 20

大人5人と子ども5人が輪の形に並ぶとき、大人と子どもが交互に並ぶような並び方は何通りあるか。

大人5人の円順列は $(5-1)!$ (通り)、大人の間5か所に子ども5人が並び、並び方は $(5-1)! \times 5! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2880$ (通り)

(5-1)! 通りあるから

練習 21

A, B, C, D, E, Fの6人が、円形の6人席のテーブルに着席するとき、AとBが隣り合うような並び方は何通りあるか。

ABをひとびとに扱い、5人が並び、並び方は $(5-1)!$ (通り)
A, Bの並び方が2通りあるので $(5-1)! \times 2 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 2 = 48$ (通り)

D 重複順列

同じものを繰り返し使うことを許した場合の順列の総数を考えてみよう。

例 記号○と×を、重複を許して

7 5個並べるとする。



重複順列の総数

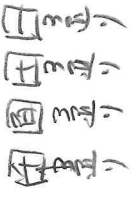
n 個から r 個取る重複順列の総数は n^r



例題 5

3個の数字1, 2, 3を重複を許して並べて、4桁の整数を作るとき、何個の整数が作れるか。

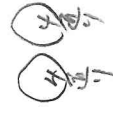
3^4 = 81 (個)



練習 22

4個の文字 a, b, c, d を、重複を許して次の個数だけ1列に並べるとき、何通りの文字列が作れるか。

(1) 2個 (2) 3個



$4^2 = 16$ (通り)

$4^3 = 64$ (通り)

